

## CONEXÕES SPINORIAIS

**Erick Soares Rosa<sup>1</sup>; Agrício Dos Santos Almeida<sup>2</sup>, Josevi de Sousa Carvalho<sup>3</sup> e Carlos Alberto de Lima Ribeiro<sup>4</sup>**

1. Laboratório de Defeitos Topológicos, Solitons e Aspectos Geométricos da Física, Departamento de Física, Universidade Estadual de Feira de Santana, e-mail: [ericksoares.fis@gmail.com](mailto:ericksoares.fis@gmail.com)
2. Laboratório de Defeitos Topológicos, Solitons e Aspectos Geométricos da Física, Departamento de Física, Universidade Estadual de Feira de Santana, e-mail: [agricioalmeida@yahoo.com.br](mailto:agricioalmeida@yahoo.com.br)
3. Unidade Acadêmica de Tecnologia Agroalimentar, Universidade Federal de Campina Grande, e-mail: [josevi\\_carvalho@yahoo.com.br](mailto:josevi_carvalho@yahoo.com.br)
4. Laboratório de Defeitos Topológicos, Solitons e Aspectos Geométricos da Física, Departamento de Física, Universidade Estadual de Feira de Santana, e-mail: [calr@uefs.br](mailto:calr@uefs.br)

**PALAVRAS - CHAVE:** *Spinor*, Equação de Dirac, Covariância.

### INTRODUÇÃO

A *covariância* na física promoveu um grande avanço no final do século XIX devido a inadequação da covariância de Galileu para as equações do eletromagnetismo de Maxwell. Graças ao trabalho de Lorentz, conseguiu-se manter as formas das equações. Essas transformações obtidas formam um elemento chave na construção de uma nova teoria. Inicialmente chamada de Teoria da Relatividade Especial, devido ao seu campo de atuação ser restrito aos referenciais inerciais, apresentada por Albert Einstein em 1905, e ganha em 1917 uma forma final: A Teoria da Relatividade Geral, Landau & Lifshitz (1965), . O desenvolvimento dessa teoria, que envolve uma relação entre um espaço-tempo plano e um espaço-tempo curvo, deve necessariamente envolver um Princípio de *Covariância*. Esse princípio ditará as regras de transformações tensoriais nos diferentes espaços-tempos.

O estudo da Equação de Dirac, e suas aplicações em espaços-tempos curvos, exige uma obediência às regras para as transformações de coordenadas para os *spinors*. Essas regras são definidas pela Relatividade Geral. O interesse na Equação de Dirac é múltiplo: desenvolvimento da ferramenta matemática no tratamento de *spinors*; descrição de meios contínuos ou discretos; utilização para descrição de um elétron se propagando em um meio como o do grafeno. O grafeno é um sistema físico formado por uma folha de átomos de carbono no arranjo hexagonal. Desde a sua concepção experimental tem sido objeto de fronteiras na física graças às suas propriedades físicas excepcionais, Vozmediano et al. (2010).

### METODOLOGIA

O estudo da equação de Dirac tem como objetivo principal aprender as ferramentas matemáticas no tratamento dos *spinors*, e formar recursos humanos que possam atuar na pesquisa nas áreas de Teoria Quântica de Campos, Gravitação e Cosmologia. *Spinors* é a representação matricial da função de onda de uma partícula de spin  $\frac{1}{2}$ , Shankar (2008).

Trabalhar com a *conexão spinorial* permite abordagens em espaços curvos, e o tratamento de meios com a presença de *defeitos topológicos* que alterem as propriedades físicas do mesmo. Empregamos o método analítico.

Estudamos os princípios históricos dessa covariância. Deduzimos a equação de Dirac a partir da forma canônica para descrever o movimento de uma partícula livre. Em seguida, estudamos a equação de Dirac para um elétron em presença de campo eletromagnético. Posteriormente trataremos das transformações tensoriais, associadas à covariância. Essas transformações são importantes para garantir uma covariância entre as coordenadas locais com as globais. Isso garante o tratamento do espaço-tempo localmente curvo com o espaço-tempo globalmente plano, e vice-versa.

## RESULTADOS E DISCUSSÕES

Estudamos a equação de Dirac. Deduzimos a sua forma para o caso de termos uma partícula livre. Impusemos as considerações à respeito da manutenção da mesma ordem nas derivadas espaciais e temporal. Em seguida, estudamos como essa particularidade dá origem a uma nova forma para a função de onda. A função de onda passa a ser representada de forma matricial. Uma matriz coluna com quatro componentes. Essa matriz representa o spin semi-inteiro. Esse formalismo pode ser utilizado para elétrons, bem como para todas as eventuais partículas de spin dito  $\frac{1}{2}$ . Em seguida, estudamos um breve histórico das Transformações de Galileu. As transformações de Galileu são utilizadas quando queremos mudar o nosso referencial para outro referencial inercial. Vimos a importância dessas transformações para o desenvolvimento da física mecanicista. A Mecânica Newtoniana tornou-se fundamental na ciência até o final do século XIX. Os problemas que provocaram a sua substituição foram provocados pela unificação dos fenômenos eletromagnéticos por James Clerk Maxwell, em 1864. Com as equações de Maxwell, como são conhecidas, as transformações de Galileu falharam ao tentar-se alterar o referencial nessas equações. Esperava-se obter uma invariância nas equações, mas não foi o observado. Com o fracasso dessas transformações Henrik Lorentz desenvolveu um conjunto de transformações que tornaram isso possível. Estudamos essas transformações e sua aplicação nas equações de Maxwell. Estudamos a utilização das matrizes, que são formadas a partir das matrizes de Pauli. São matrizes 4x4 que dão origem, por assim dizer, a uma base. Posteriormente, fizemos um novo estudo, de volta à equação de Dirac, utilizamos as bases que foram obtidas no início de nossos estudos e aplicamos a uma partícula carregada de spin  $\frac{1}{2}$ . Essa partícula, o elétron, está imerso em um meio em presença de campo eletromagnético assim usando a equação de Dirac, e através do acoplamento mínimo para incluir o campo magnético conseguimos então visualizar que o spin pode ser representado naturalmente nesta equação, agora temos a função de onda sendo representada por 2 componentes onde cada uma destas é um bispinor. No prosseguimento do trabalho estudaremos o formalismo tensorial e aplicaremos à deformação de uma folha de carbono (ao grafeno), Vozmediano et al. (2010).

## CONCLUSÕES

Nosso trabalho é recente, apesar do pouco tempo já adquirimos o entendimento sobre a origem das transformações de Galileu, a partir de uma contextualização histórica, entendemos o porquê das transformações de Lorentz, e qual a sua necessidade, e como a equação de Dirac é deduzida. Deduzimos ela a partir do hamiltoniano e aplicamos inicialmente a uma partícula de spin  $\frac{1}{2}$ . O nosso objetivo será alcançado ao término desse ano de pesquisa.

Nossas perspectivas são ao longo do desenvolvimento desse plano de pesquisa aprender novas ferramentas que são necessárias em diversos contextos, tais como em problemas de teoria quântica de campos, em fenômenos na Matéria Condensada, em fenômenos na Gravitação e em fenômenos de altas energias, como na Cosmologia.

## REFERÊNCIAS

- SHANKAR, R. Principles of Quantum Mechanics, 2 ed., Springer, 2008.  
VOZMEDIANO, M.A.H; KATSNELSON, M.I; GUINEA, F.. 2010. Gauge Fields in Graphene. Physics Report 496: 109-148.  
LANDAU, L.D.; LIFSHITZ, E.M. Quantum Mechanics, A Course of Theoretical Physics, Volume 3. Pergamon Press 1965.