DINÂMICA COLISIONAL E PROPULSÃO A PLASMA – MODELO LINEAR

Eduardo Carvalho Pinheiro[1]; Antônio Delson Conceição de Jesus[2]

1. Bolsista PROBIC, Graduando em Licenciatura em Física, Universidade Estadual de Feira de Santana, e-mail: educarv21@hotmail.com
2. Orientador, Departamento de Física, Universidade Estadual de Feira de Santana, e-mail: a1d1j1@gmail.com

PALAVRAS-CHAVES: Dinâmica, Colisão, Propulsão Plasma

INTRODUÇÃO

Detritos espaciais (DE) são objetos que possuem altas velocidades e são capazes de inviabilizar o sucesso de missões espaciais, caso venham a colidir com satélites ou espaçonaves, além de colocar em risco a segurança dos astronautas. Existem dois tipos de detritos espaciais [1]: os já existentes na natureza (poeiras, meteoros e outras partículas capturadas pelo campo gravitacional terrestre) e, os oriundos de atividades espaciais humanas (fragmentos de espaçonaves, satélites fora de atividade, estágios de foguetes, etc), este último com taxas maiores de inserção no conglomerado de partículas, aumentando suas chances de colisão e inviabilização dos serviços dos satélites operacionais. Em 1960, Clohessy-Wiltshire formularam um estudo semi-analítico da dinâmica relativa entre veículos espaciais e DE [2]. Esse estudo poder ser aplicado a regiões próximas à órbita da Terra, pois é possível impor condições iniciais que possibilitam prever uma colisão, além de permitir o acréscimo de forças impulsivas (propulsão) relacionadas aos parâmetros tecnológicos dos veículos espaciais. Através destas forças de propulsão é possível realizar manobras evasivas com a finalidade de escapar de colisões iminentes com DE. Manobras evasivas realizadas com um sistema de propulsão química em regiões de órbitas baixas da Terra (LEO) foram estudadas por Jesus e colaboradores em 2011[3]. Naquele trabalho, foram exibidas curvas e tabelas tipo catálogo para parâmetros tecnológicos que possibilitam a implementação das manobras evasivas para um conjunto de condições iniciais e tempo de colisão. A propulsão a plasma, entretanto, é uma alternativa mais eficiente, mais limpa e de custo relativamente menor em relação à propulsão química, que é usada em maior escala [4]. Neste trabalho, encontramos manobras evasivas realizadas com um sistema de propulsão a plasma e em função dos parâmetros tecnológicos do sistema de propulsão.

Abaixo segue as equações das coordenadas da posição relativa entre de um veículo espacial e um DE:

$$\begin{cases} \ddot{x} - 2\omega\dot{y} = f_x \\ \ddot{y} - 3\omega^2 y + 2\omega\dot{x} = f_y \\ \ddot{z} + \omega^2 z = f_z \end{cases} \tag{1}$$

Em que f_x, f_y e f_z são forças de propulsão do veículo das por:

$$\vec{f} = \left(-\vec{v}_e \frac{dm}{dt}\right)\frac{1}{M(t)} \tag{2}$$

onde $\vec{v}_e$ é o vetor que representa a velocidade de ejeção (ou exaustão) dos gases que compõem o combustível do veículo e $M(t)$ é soma da massa do combustível variável no tempo, $m(t)$, com a massa do veículo, M_0.

As Equações de Clohessy-Wiltshire são obtidas, quando os dois objetos não estão sujeitos a forças externas (por exemplo, a força de propulsão). Neste caso, temos:

$$f_x = f_y = f_z = 0$$

Sendo assim, as equações das coordenadas da posição relativa se tornam equações diferenciais homogêneas, e suas soluções são:

$$y(t) = \frac{\dot{y}_0}{\omega} sen(\omega t) + \left(\frac{2\dot{x}_0}{\omega} - 3y_0\right)\cos(\omega t) - \frac{2\dot{x}_0}{\omega} + 4y_0 \qquad (3)$$

$$x(t) = -\frac{2\dot{y}_0}{\omega} cos\omega t + \left(\frac{4\dot{x}_0}{\omega} + 6y_0\right) sen\omega t - (3\dot{x}_0 + 6\omega y_0)t + \frac{2\dot{y}_0}{\omega} + x_0 \qquad (4)$$

$$z(t) = z_0 cos\omega t + \frac{z_0}{\omega} sen\omega t \qquad (5)$$

Quando incluímos a força devida à atuação dos propulsores na dinâmica relativa entre o veículo espacial e o DE, utilizamos as equações (1). Daí, teremos de resolver três equações não homogêneas, uma para cada componente cartesiana, representando a força de propulsão do veículo. As novas equações são [1]:

$$\begin{cases} \ddot{x} - 2\omega\dot{y} = -v_{ex}\,\frac{d\{lnM\,(t)\}}{dt} \\ \ddot{y} - 3\omega^2 y + 2\omega\dot{x} = -v_{ey}\,\frac{d\{lnM\,(t)\}}{dt} \\ \ddot{z} + \omega^2 z = -v_{ez}\,\frac{d\{lnM\,(t)\}}{dt} \end{cases} \qquad (6)$$

Para estas equações, temos de escolher um modelo de equação para a variação da massa do combustível em função do tempo. Neste trabalho, escolhemos modelar esta dinâmica relativa a partir de um modelo linear da massa, ou seja, assumimos que a massa do combustível do veículo espacial varia (ou decai) linearmente no tempo. Este modelo é viável para qualquer missão espacial, desde que ela possa ser considerada para consumo de combustível pequeno no decorrer do tempo de operação. Assim, adotando o modelo linear, temos [1]:

$$M(t) = M_0 + m(t) \qquad (7)$$

$$m(t) = m_0 + \dot{m}t \qquad (8)$$

m_0 é a massa inicial do combustível e $\dot{m}$ (=constante < 0) é a taxa da variação de massa do combustível. Além disso, definindo um fator de massa, tal que:

$$\frac{M_0}{m_0} = \chi, \forall \epsilon R \qquad (9)$$

podemos reescrever a Equação (7), partir das Equações (8) e (9). O modelo linear para a massa para a dinâmica relativa entre os objetos colisionais é,

$$M(t) = m_0(\chi + 1) + \dot{m}t \qquad (10)$$

METODOLOGIA

A metodologia utilizada neste estudo obedece aos seguintes passos:

1) Dedução das equações da dinâmica relativa entre os corpos envolvidos (DE e veículo espacial), considerando as forças gravitacionais (equação homogênea);
2) Dedução das equações da dinâmica relativa entre os corpos envolvidos (DE e veículo espacial), considerando as forças gravitacionais e do propulsor (equação não homogênea);
3) A partir destas equações e utilizando a simetria esférica com os ângulos α (no plano da órbita) e β (fora do plano da órbita), simulação das condições iniciais $(xo, yo, zo, \dot{x}_o, \dot{y}_o, \dot{z}_o)$ favoráveis à colisão entre veículo e o DE;
4) Escolha das distribuições de possibilidades de colisão para a execução das manobras evasivas, a partir do acionamento do sistema de propulsão a plasma;
5) Simulação das manobras evasivas em função de parâmetros tecnológicos associados ao sistema de propulsão adotado, construindo tabelas e gráficos tipo "catálogo", nos quais diversas missões espaciais com características tecnológicas diferentes possam ser estudadas.

RESULTADOS

A dinâmica relativa entre os dois objetos colisionais, considerando a força de propulsão, através da qual as manobras evasivas serão implementadas é obtida pela solução das Equações (6), levando em conta a Equação da massa (10). Os resultados preliminares para a solução da coordenada y(t) nos dão,

$$\ddot{y}(t) + \omega^2 y(t) = 2\omega v_{ex} \ln[M(t)] - 2\omega c_1 \tag{11}$$

$$c_1 = \dot{x}_0 - 2\omega y_0 + v_{ex} \ln[M(0)] \tag{12}$$

A solução da Equação (11) é:

$$y(t) = Acos\omega t + Bsen\omega t + \frac{1}{\omega}\int_0^t G(\tau) sen\omega(t-\tau) d\tau \tag{13}$$

Efetuando algumas manipulações algébricas em (13), obtemos para $y(t)$:

$$y(t) = Acos\omega t + Bsen\omega t + 2v_{ex}\int_0^t \ln[M(t)] sen\omega(t-\tau)d\tau - \frac{v_{ey}}{\omega}\int_0^t \frac{d[lnM(\tau)]}{d\tau} sen\omega(t-\tau)d\tau - 2c_1\int_0^t sen\omega(t-\tau)\,d\tau \tag{14}$$

Substituindo (10) em (14), encontramos três integrais I_a, I_b e I_c, sendo que I_a e I_c já estão calculadas com os resultados exibidos logo abaixo:

$$I_a = -2v_{ex}\int_t^0 \ln[m_0(\chi + 1) + k(t-t')] sen\omega t' dt' \tag{15}$$

$$I_a = \frac{2v_{ex}}{\omega}\{\ln[m_0(\chi+1) + kt] - \ln[m_0(\chi+1)cos\omega t\} + \int_t^0 \frac{cos\omega t' dt'}{m_0(\chi+1)+k(t-t')} \tag{16}$$

$$I_a = \frac{2v_{ex}}{\omega}\{\ln[m_0(\chi+1) + kt] - \ln[m_0(\chi+1)cos\omega t\} - \frac{1}{k}\{cos\omega\phi(\ln[\frac{-\omega}{k}(m_0(\chi+1) + kt)] + \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{\left[\frac{-\omega}{k}(m_0(\chi+1)+kt)\right]^{2n}}{2n(2n)!} - \ln[\frac{-\omega}{k}(m_0(\chi+1))] - \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{\left[\frac{-\omega}{k}(m_0(\chi+1))\right]^{2n}}{2n(2n)!}) + sen\omega\phi(\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{\left[\frac{-\omega}{k}(m_0(\chi+1)+kt)\right]^{2n-1}}{(2n-1)(2n-1)!} - \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{\left[\frac{-\omega}{k}(m_0(\chi+1))\right]^{2n-1}}{(2n-1)(2n-1)!})\} \tag{17}$$

onde $\phi = \frac{m_0(\chi+1)+kt}{-k}$

$$I_c = \int_0^t sen\omega(t-\tau)\,d\tau = \frac{1}{\omega}(1-cos\omega t) \tag{18}$$

$$I_b = sen\omega t\{ln[m_0(\chi+1)]\} + \int_t^0 ln[m_0(\chi+1)+k(t-t^{'})]cos\omega t'dt' \tag{19}$$

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Devido ao aumento de DE e o fato de ainda não existir tecnologia para a limpeza do espaço, o que se pode fazer é mapear as regiões de maior probabilidade de colisão com os DE. O estudo apresentado será de suma importância no planejamento de missões espaciais. Por meio dele será possível prever colisões com DE e realizar manobras evasivas. Para isto, é necessário que se resolva as equações diferenciais em (6) para os casos em que há colisão e quando houver a presença de forças de propulsão a plasma, levando em conta a variação de massa do combustível no modelo linear, pois, a taxa com que o combustível é gasto influencia diretamente nos gastos e na eficiência/potência para a realização da missão espacial. A solução para esta dinâmica se concretizará, ao obtermos as funções x(t), y(t) e z(t) e, a partir delas realizarmos as manobras evasivas em função dos parâmetros tecnológicos. Os coeficientes da solução serão função destes parâmetros tecnológicos e, portanto, através deles poderemos controlar as manobras de evasão.

REFERÊNCIAS

[1] NUNES, TARCÍSIO. Análise Algébrica e Numérica de Manobras de Rendezvous num Ambiente com Detritos e em Formation Flying. UEFS. Feria de Santana. 2006.

[2] CLOHESSY, W.H.; WILTSHIRE, R. S.1960. Terminal Guidance System for Satellite Rendezvous. *Journal of the Aerospace Sciences,* p.653-659.

[3]JESUS, A. D. C; RIBEIRO, S.R; ROSSI, A; VIEIRA-NETO, E. Evasive Maneuvers in Space Debris Environment and Technological Parameters. *Mathematical Problems in Engineering*, V. 2012, p. 1-15.

[4] BREWER, G.R; KENECHTLY, R.C. Ionic and Plasma Propulsion for Space Vehicles. Proceedings of the IRE. December 1961.