

PROJETO DE UM CONTROLADOR ROBUSTO E ÓTIMO PARA UM SISTEMA DE SUSPENSÃO ATIVA

Karine Souza de Almeida¹; Márcia Lissandra Machado Prado.²

1. Bolsista FAPESB/CNPq, Graduando em Engenharia de Computação, Universidade Estadual de Feira de Santana, e-mail: karine.almeidaa@gmail.com
2. Orientador, Departamento de Tecnologia, Universidade Estadual de Feira de Santana, e-mail: marcia.lissandra@gmail.com

PALAVRAS-CHAVE: Controle Ótimo, Controle Robusto, Sistema de Suspensão Ativa.

INTRODUÇÃO

Devido à maior complexidade dos sistemas de controle, processos com modelos matemáticos variáveis e à fabricação em série de sistemas que requerem controladores para funcionar adequadamente, tornou-se necessário desenvolver controladores robustos que permitissem que os sistemas tivessem desempenho satisfatório (Aguirre, 2007).

Este trabalho apresenta o projeto de um Controlador Robusto e Ótimo para um Sistema de Suspensão Ativa com o objetivo de comparar seu desempenho em malha fechada utilizando a técnica H_2 e alguns métodos de Controle encontrados na literatura (Almeida, 2013). As análises foram realizadas levando em consideração as características da resposta do sistema a uma determinada entrada utilizando cada um dos controladores projetados.

METODOLOGIA

Inicialmente foi realizada uma revisão bibliográfica sobre os sistemas de controle com o objetivo de adquirir o conhecimento necessário para desenvolver o controlador proposto. Foram abordados conhecimentos importantes tais como: Resposta Transitória, Representação de Sistemas no Espaço de Estados, Realimentação de Estado e Controle Ótimo e Robusto (Maciejowki, 1989); (Ogata, 2003); (Dorf, 2009); (Doyle, 2011), os quais foram essenciais para compreender as técnicas utilizadas durante o projeto. Teve-se como objetivo desenvolver um controlador utilizando a técnica denominada H_2 , no intuito de realizar um comparativo do sistema com essa técnica e com técnicas conhecidas como **Alocação de Polos**, **LQR** (*Linear Quadratic Regulator*) e **LQG** (*Linear Quadratic Gaussian*), tratadas em (Almeida, 2013). Simultaneamente foi necessário compreender o funcionamento do Sistema de Suspensão Ativa (Quanser, 2012).

A técnica utilizada no projeto, H_2 , é considerada uma técnica de controle ótima e robusta (Xue et al., 2007). O desempenho desejado de um sistema de controle pode ser medido em termos de índices de desempenho no domínio do tempo, de forma que os sistemas que são ajustados para fornecer um índice de desempenho mínimo, geralmente são denominados sistemas de controle ótimo (Dorf & Bishop, 2009). Um sistema ótimo visa conseguir os melhores resultados possíveis dentro de limites impostos por condições limitantes de ordem física (Ogata, 2003). Já a teoria de Controle Robusto parte do pressuposto que o modelo matemático do sistema possui erros ou incertezas, gerando diferenças entre a própria

modelagem e a planta real, sendo necessário projetar um sistema de controle que seja robusto, pois adquirindo essa característica é possível manter o desempenho do sistema apesar das inexatidões e variações encontradas no modelo (Aguirre, 2007); (Dorf & Bishop, 2009).

Como requisitos do projeto, foi admitido para o sistema um tempo de acomodação (tempo necessário para que a curva da resposta do sistema de controle atinja valores em uma faixa em torno do valor final, geralmente de 2% ou 5%) máximo de $t_s = 1s$ e uma sobre-elevação (que a medida a partir da unidade e indica o valor máximo de pico da curva da resposta do sistema (Ogata, 2003)) máxima de $M_p = 10\%$ (Almeida, 2013).

De forma geral, o problema do controle ótimo H_2 (Aguirre, 2007), consiste em obter um controlador $F(s)$ que quando inserido na planta, estabilize-a e minimize a norma H_2 da matriz de transferência de malha fechada $T_{u_1y_1}$ (apresentada na Equação 1 e também chamada de Transformação Linear Fracionária), considerando uma entrada $u_1(t)$ para a saída controlada $y_1(t)$ (Aguirre, 2007); (Xue et al., 2007).

$$\|T_{u_1y_1}(s)\|_2 = \|P_{11}(s) + P_{12}(s)[I - F(s)P_{22}(s)]^{-1}F(s)P_{21}(s)\|_2 < 1 \quad (1)$$

Segundo (Xue et al., 2007), a norma H_2 da Transformação Linear Fracionada pode ser dada como é descrito na Equação 1 e é minimizada considerando um modelo de planta aumentada dada na Equação 2.

$$P(s) = \left[\begin{array}{c|cc} A & B_1 & B_2 \\ \hline C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{array} \right] \quad (2)$$

A planta a ser controlada P é particionada segundo dois conjuntos de sinais de entrada: a interna u_1 e a externa u_2 ; e dois conjuntos de sinais de saída: a saída medida y_1 e saída regulada y_2 . P é definida pela função de transferência de quatro blocos (Aguirre, 2007): P_{11} , P_{12} , P_{21} , e P_{22} , onde P_{11} relaciona u_1 a y_1 ; P_{12} , u_1 e y_2 ; P_{21} , u_2 e y_1 ; e P_{22} , u_2 e y_2 . Na Equação 2, A é a matriz de estado, B_1 e B_2 são elementos da matriz de entrada, C_1 e C_2 compõem a matriz de saída e D_{11} , D_{12} , D_{21} , D_{22} são elementos da matriz de transmissão direta da planta aumentada descrita na representação no espaço de estados como segue na Equação 3 (Xue et al., 2007):

$$\dot{x}_1 = Ax + [B_1 \ B_2] \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} ; \quad \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Além disso, durante a construção de P_{11} , P_{12} , P_{21} , e P_{22} ; A é comum a todas; B_1 é comum para adquirir P_{11} e P_{12} ; B_2 para P_{21} e P_{22} ; C_1 para P_{11} e P_{21} ; C_2 para P_{12} e P_{22} ; e D_{11} , D_{12} , D_{21} , D_{22} está para cada uma das matrizes de acordo com os seus respectivos índices. Para um sistema SISO (*Single Input, Single Output*), o controle ótimo H_2 pode ser representado na Equação 4 (Xue et al., 2007):

$$\min_{F(s)} \|T_{u_1y_1}\|_2 = \min_{F(s)} \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_0^\infty T_{u_1y_1}(-j\omega)T_{u_1y_1}(j\omega)d\omega} \quad (4)$$

O controlador observador, $F(s)$, baseado no H_2 pode ser denotado como na Equação 5:

$$F(s) = \begin{bmatrix} A - K_f C_2 - B_2 K_c + K_f D_{22} K_c & K_f \\ K_c & 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

onde \mathbf{K}_f e \mathbf{K}_c são as matrizes de ganho do filtro de Kalman e de realimentação, respectivamente (Xue et al., 2007).

De forma prática, a função do MATLAB **h2lqg()** automatiza os cálculos considerando a planta aumentada com as funções de ponderação e retorna o controlador ótimo \mathbf{H}_2 . As funções de ponderação podem ser determinadas de modo empírico, de maneira que possibilitem um melhor desempenho do sistema em questão (Xue et al., 2007). Baseado nisto, as funções de ponderação foram:

$$L_1 = \frac{100(0.005s+1)^2}{(0.2s+1)^2}; \quad L_2 = \frac{s^2}{40000}$$

Além disso, é válido ressaltar que esse controlador, além de ótimo, também é robusto, por conseguir manter o desempenho do sistema em malha fechada em meio a incertezas.

RESULTADOS

A Figura 1 apresenta as respostas do sistema ao degrau unitário para cada método de controle abordado no projeto considerando a planta do sistema de suspensão ativa. Com o método de **Alocação de Polos** (Almeida, 2013), o sistema apresentou $M_p = 8,64\%$ e $t_s = 1s$. Através do controlador **LQR**, obteve-se $M_p = 0,186\%$ e $t_s = 0,411s$ (Almeida, 2013). Portanto, comprovando que o sistema com o controlador **LQR** é ótimo (Ogata, 2003); (Aguirre, 2007); (Xue et al., 2007). Já com o método **LQG**, o sistema adquiriu $M_p = 2,68\%$ e $t_s = 0,476s$, com a vantagem de ser robusto também. A resposta do sistema utilizando o controlador **LQG** foi satisfatória, assim como do **LQR**, porém a resposta com **LQG** apresentou uma oscilação inicial relevante, levando a uma amplitude de 0,634 aproximadamente (Almeida, 2013). Para a técnica \mathbf{H}_2 , foi possível observar que o sistema ficou com $M_p = 50,88\%$ e $t_s = 0,0885s$. O que significa que o sistema se estabiliza mais rápido do que com os outros controladores, além de ser ótimo e robusto, porém possui uma máxima sobre-elevação alta.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Através deste trabalho, foi possível aplicar técnicas de Sistemas de Controle importantes, vistas na literatura e que têm sido valorizadas em muitas aplicações em benefício da sociedade. Este projeto visou colaborar para a pesquisa e desenvolvimento, considerando que os controladores projetados contribuíram de forma efetiva para o desempenho do sistema de suspensão ativa que é um exemplo de um sistema mecânico empregado em automóveis e em aplicações industriais. Baseado neste projeto é possível criar uma suspensão veicular que suporte de maneira adequada o chassi do veículo, isolando-o das vibrações causadas pela irregularidade do terreno, de maneira que o carro fique o mais estável possível proporcionando conforto aos ocupantes do veículo.

Pretende-se dar seguimento a este trabalho realizando a análise do esforço de controle do sistema de suspensão ativa a partir dos controladores elaborados, visando adquirir outros resultados em relação ao desempenho do modelo de sistema utilizado neste trabalho. Além

disso, pretende-se fazer testes considerando perturbações na entrada da planta do sistema para avaliar a robustez dos controladores obtidos. Em vista disso, pode-se dizer que é possível dar continuidade buscando novas formas de aprimorar o desempenho do sistema em malha fechada, através da melhora das técnicas já aplicadas ou por meio de novas técnicas mais sofisticadas encontradas na literatura.

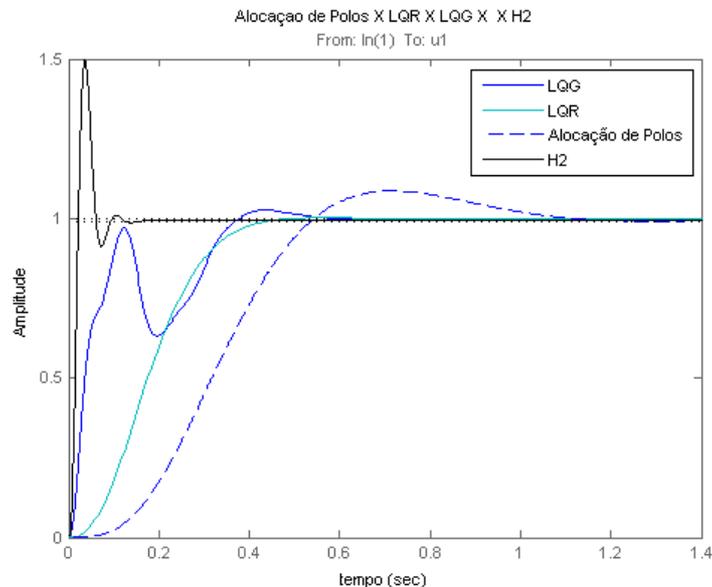


Figura 1. Respostas do Sistema de Suspensão Ativa ao Degrau Unitário

REFERÊNCIAS

- AGUIRRE, L. A. *Enciclopédia de Automática: Controle e Automação*. 1. ed. São Paulo: Blucher, 2007.
- ALMEIDA, K. S. Projeto de um Controlador Ótimo e Robusto para um Sistema de Suspensão Ativa. 2013. Disponível em: <<http://www.ecomp.uefs.br/trabalhos-de-conclusao-de-curso>>. Acesso em: 15 Set. de 2013.
- DORF, R. C.; BISHOP, R. H. *Sistemas de Controle Modernos*. 11. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2009.
- DOYLE, J. C. Guaranteed margins for LQG regulators. [S.l.]: *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1978. 756–7 p. Acesso em: 8 nov. de 2011.
- MACIEJOWSKI, J. *Multivariable Feedback Design*. [S.l.]: Addison Wesley, 1989.
- OGATA, K. *Engenharia de Controle Moderno*. 4. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2003.
- QUANSER. Active Suspension System. 2009. Disponível em: <<http://www.quanser.com>>. Acesso em: 23 jul. de 2012.
- XUE, D.; CHEN, Y.; ATHERTON, D. P. *Linear Feedback Control: Analysis and Design with MATLAB*. [S.l.]: SIAM, 2007.