

ESTUDO DA DINÂMICA RELATIVA ENTRE DETRITOS E VEÍCULOS ESPACIAIS CASO NÃO IDEAL

Rafael Ribeiro de Sousa¹; Antônio Delson C. de Jesus²

1. Bolsista PROBIC-UEFS, Graduando em Física, Universidade Estadual de Feira de Santana, email: rafanw72@gmail.com
2. Orientador, Departamento de Física, Universidade Estadual de Feira de Santana, email: ald1j1@gmail.com

PALAVRAS-CHAVE: Detritos Espaciais, Dinâmica Relativa, Colisão.

INTRODUÇÃO

No ambiente espacial fora da terra existe um aglomerado de partículas de diversos tamanhos, desde sub-milimétricas até grandes objetos, conhecidas por Detritos Espaciais (DE). Estes DE estão distribuídos em diversas camadas, entre elas, aquelas de operação das missões espaciais. Neste caso, as manobras e órbitas realizadas nas missões espaciais podem interceptar as manobras destes DE, o que possibilitaria a colisão entre os objetos espaciais. Os DE movimentam-se com velocidades relativas consideravelmente grandes, o que lhes confere energia suficiente para gerar acidentes de grandes proporções.

A dinâmica relativa entre veículos e detritos espaciais é derivada semi-analiticamente do estudo da dinâmica de partículas sujeitas ao campo gravitacional obtido por Clohessy-Wiltshire em 1960. Estas equações são apropriadas para ser aplicadas a dinâmica de veículos e detritos espaciais em uma configuração particular próxima a região orbital terrestre de modo que possamos realizar previsões de condições iniciais que possibilitam a colisão e além disso o modelo matemático permite adicionar forças propulsivas estas então relacionadas com parâmetros tecnológicos do próprio veículo.

A configuração espacial construída em coordenadas cartesianas o veículo espacial se encontra em órbita circular ao redor da Terra com velocidade angular constante $\vec{w} = w\vec{k}$, em que o sistema de referência está sobre o próprio veículo e a partir dele localizamos o Detrito Espacial ambos submetidos pela força gravitacional terrestre.

Para obter a solução semi-analítica expandimos o termo gravitacional em série de Taylor tornando nosso modelo restrito a razão igual a um entre as distâncias relativas entre o Veículo espacial a Terra e do Detrito ao Veículo ($\frac{|r^*|}{|R|} \ll 1$).

Então as equações da dinâmica relativa:

$$\ddot{x} - 2w\dot{y} - 3w^2x = f_x \quad (1)$$

$$\ddot{y} + 2w\dot{x} = f_y \quad (2)$$

$$\ddot{z} + w^2z = f_z \quad (3)$$

Em que f_x, f_y, f_z são as forças por unidade de massa não gravitacionais no nosso trabalho estas são as forças propulsivas do Veículo.

A equação se torna homogênea feita:

$$f_x = f_y = f_z = 0$$

Sendo a solução homogênea :

$$x(t) = \frac{\dot{x}_0}{w} \operatorname{sen}wt - \left(\frac{2y_0}{w} + 3x_0\right) \operatorname{cos}wt + \left(\frac{2y_0}{w} + 4x_0\right) \quad (4)$$

$$y(t) = \frac{2\dot{x}_0}{w} \operatorname{cos}wt - \left(\frac{4y_0}{w} + 6x_0\right) \operatorname{sen}wt + \left(y_0 - \frac{2x_0}{w}\right) - (3y_0 + 6wx_0)t \quad (5)$$

$$z(t) = z_0 \operatorname{cos}wt + \frac{\dot{z}_0}{w} \operatorname{sen}wt \quad (6)$$

Para agora considerar as forças propulsivas do Veículo (etapa não-homogênea) escolhe-se agora um modelo de massa de exaustão de combustível:

$$M(t) = m_0(\chi + e^{-\gamma t}), \quad \gamma > 0 \quad (11)$$

A partir do modelo de massa sendo expelida exponencialmente (Eq11) definimos os parâmetros tecnológicos do Veículo, χ e γ o parâmetro tecnologia de massa e o parâmetro tecnológico de potência.

Então as forças de propulsão são dadas por:

$$\vec{f} = \begin{cases} -v_{ex} \frac{d}{dt} \ln(M(t)) \\ -v_{ey} \frac{d}{dt} \ln(M(t)) \\ -v_{ez} \frac{d}{dt} \ln(M(t)) \end{cases} \quad (12)$$

E a solução da etapa não-homogênea são dadas:

$$x(t) = 2A \operatorname{sen}(wt) - 2B \operatorname{cos}(wt) + Et + \sum_{n=1}^{\infty} F_n e^{-n\gamma t} + G \quad (13)$$

$$y(t) = A \operatorname{cos}(wt) + B \operatorname{sen}(wt) + \sum_{n=1}^{\infty} C_n e^{-n\gamma t} + D \quad (14)$$

$$z(t) = H \operatorname{cos}(wt) + I \operatorname{sen}(wt) - \sum_{n=1}^{\infty} J_n e^{-n\gamma t} \quad (15)$$

Em que as constantes são dadas por:

$$A = \left\{ \frac{2\dot{x}_0}{w} - 3y_0 + \frac{2v_{ex}}{w} \ln\left(\frac{\chi+1}{\chi}\right) - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n\chi^n} \left(\frac{2v_{ex}}{w} + \frac{n\gamma v_{ey}}{w^2}\right) \frac{1}{1+\left(\frac{n\gamma}{w}\right)^2} \right\} \quad (16)$$

$$B = \left\{ \frac{\dot{y}_0}{w} + \frac{v_{ey}}{w} \ln\left(\frac{\chi+1}{\chi}\right) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n\chi^n} \left(\frac{2n\gamma v_{ex}}{w^2} + \frac{v_{ey}}{w}\right) \frac{1}{1+\left(\frac{n\gamma}{w}\right)^2} \right\} \quad (17)$$

$$E = \left\{ 6wy_0 - 3\dot{x}_0 - 3v_{ex} \ln\left(\frac{\chi+1}{\chi}\right) \right\} \quad (18)$$

$$F_n = \frac{(-1)^{n+1}}{n\chi^n} \left(\frac{4v_{ex}}{n\gamma} + \frac{2v_{ey}}{w} \right) \frac{1}{1 + \left(\frac{n\gamma}{w}\right)^2} - \frac{v_{ex}}{n\gamma} \quad (19)$$

$$G = x_o + \frac{2\dot{y}_o}{w} + \frac{2v_{ey}}{w} \ln\left(\frac{\chi+1}{\chi}\right) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2\chi^n} \cdot \frac{3v_{ex}}{w} \quad (20)$$

$$C_n = \frac{(-1)^{n+1}}{n\chi^n} \left(\frac{2v_{ex}}{2} + \frac{n\gamma v_{ey}}{w^2} \right) \frac{1}{1 + \left(\frac{n\gamma}{w}\right)^2} \quad (21)$$

$$D = 4y_o - \frac{2\dot{x}_o}{w} - \frac{2v_{ex}}{w} \ln\left(\frac{\chi+1}{\chi}\right) \quad (22)$$

$$H = z_o + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} v_{ez}\gamma}{\chi^n w^2} \frac{1}{1 + \left(\frac{n\gamma}{w}\right)^2} \quad (23)$$

$$I = \frac{\dot{z}_o}{w} - \frac{v_{ez}}{w} \ln\left(\frac{\chi+1}{\chi}\right) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n\chi^n w} v_{ez} \frac{1}{1 + \left(\frac{n\gamma}{w}\right)^2} \quad (24)$$

$$J_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n\chi^n w} v_{ez} \frac{1}{1 + \left(\frac{n\gamma}{w}\right)^2} \quad (25)$$

Apesar de serem apropriadas as equações de Clohessy-Wilshire para o a dinâmica relativa entre o veículo e o detrito espacial o problema é também probabilístico, porque trata-se de uma nuvem de partículas que possuem certa probabilidade de colidir com os objetos espaciais – daí a necessidade de introduzirmos desvios/erros em determinadas variáveis do problema para se tentar fazer um modelo mais próximo do fenômeno real – os desvios serão introduzidos nas posições iniciais da solução nominal do problema homogêneo e uma estatística será realizada para se obter a solução média representativa do fenômeno. Faremos uma análise das soluções para distribuições de probabilidades uniforme e gaussiana.

METODOLOGIA

A metodologia utilizada neste estudo obedece aos seguintes passos:

- 1) Dedução das equações da dinâmica relativa entre os corpos envolvidos (DE e veículo espacial), considerando as forças gravitacionais e do propulsor.
- 2) A partir das equações utilizando a simetria esférica com os ângulos pitch(α) e yaw(β) simulamos as condições iniciais $(x_o, y_o, z_o, \dot{x}_o, \dot{y}_o, \dot{z}_o)$ que causam a colisão entre o Detrito e o Veículo.
- 3) Escolhendo distribuições de probabilidade nas simulações numéricas da dinâmica do movimento relativo, agora com abordagem estatística, geramos erros aleatórios nas posições angulares dos detritos para modelar o fenômeno físico de forma mais próxima do real.
- 4) Simulamos uma manobra de evasão nominal e ideal, frente às possibilidades de colisões e comparamos os resultados com aqueles do problema equivalente estatístico não ideal.

RESULTADOS

As simulações numéricas revelam uma distribuição espacial de cerca de milhares de condições iniciais para um veículo e um detrito espacial que são determinísticas para uma colisão. O gráfico abaixo mostra uma superfície da distribuição destas condições iniciais em simetria esférica definindo os ângulos esféricos (α, β) , nele é fixo o $R_0 = 3\text{km}$ (distância inicial da nave ao objeto) e a superfície é obtida tomando colisões que acontecem no intervalo $[2600, 2700]$ segundos com velocidades iniciais relativas entre $[1.0, 2.5]\text{km/s}$:

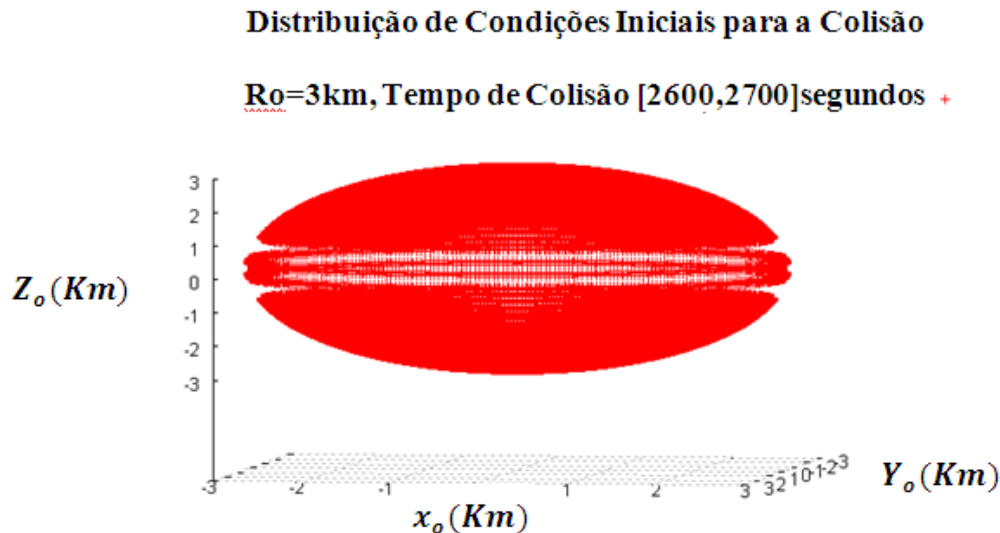


Figura 1: Distribuição de pontos de colisão entre um Detrito Espacial e um Veículo no espaço obtido por simulação numérica.

A parti destas condições iniciais definiu uma condição em particular e a chamamos de manobra nominal e para esta realizamos a simulação com as equações da propulsão exponencial de forma que analisamos os parâmetros tecnológicos (γ, χ) suficientes para a evasão. Em seguida corrompemos os ângulos do espaço esférico (α, β) na manobra nominal com números aleatórios gaussianos para então gerar erros de apontamento e analisar seus efeitos nos parâmetros tecnológicos.

CONCLUSÃO

Os resultados mostraram uma diversidade de condições iniciais para a colisão entre o veículo e um detrito espacial e que o fenômeno é sensível aos erros de apontamento e se afasta do ideal, este fato interfere na determinação das características tecnológicas das missões espaciais e é de análise fundamental pois os erros de apontamentos são comuns em veículos espaciais em órbita e os parâmetros tecnológicos devem ser previstos antes do lançamento.

REFERÊNCIAS

1. CLOHESSY, W.H. E WILTSHIRE, R. S. Terminal Guidance System for Satellite Rendezvous. *Journal of the Aerospace Sciences*, 653-659, 1960.
2. DAVIS, D. R., FARINELLA, P., PÃOLICCHI, P., WEIDENSCHILING, S. J. AND BINZEL, R. P. Asteroid collisional history: Effects on sizes and spins, in *Asteroids II*, edited by R. P. Binzel, T. Gérels, and M. S. Matthews, 805-826, University of Arizona Press, Tucson, 1989.