

Anais do XIV Seminário de Iniciação Científica da Universidade Estadual de Feira de Santana, UEFS, Feira de Santana, 18 a 22 de outubro de 2010

## DEFEITO TOPOLÓGICO NO ESTUDO DE FASE GEOMÉTRICA

**Felipe Azevedo Gomes<sup>1</sup> e Carlos Alberto de Lima Ribeiro<sup>2</sup>**

1. Bolsista PIBIC/CNPq, Graduando do Bacharelado de Física, Universidade Estadual de Feira de Santana, e-mail: [felipeazevedogomes@yahoo.com.br](mailto:felipeazevedogomes@yahoo.com.br)
2. Orientador, Departamento de Física, Universidade Estadual de Feira de Santana, e-mail: [calr@uefs.br](mailto:calr@uefs.br)

**PALAVRAS-CHAVES:** Fase Geométrica, Defeito Topológico, Efeito Aharonov-Bohm.

### INTRODUÇÃO

No início do século XX, durante a construção da teoria quântica, a fase quântica foi desprezada pelos físicos devido ao fato de perdermos a informação quando calculamos a densidade de probabilidade de uma função de onda, por isso acreditava-se que a fase quântica não tivesse nenhum significado físico. Em 1959, Yuri Aharonov e David Bohm propuseram um experimento que evidenciaria a importância das fases quânticas (Aharonov & Bohm, 1959). O efeito descoberto por eles foi uma previsão teórica na qual um feixe de elétrons é espalhado por um solenóide infinito. Foi mostrado que elétrons em uma região multiconexa do espaço livre de campos dependem do potencial e sentem a ação dos mesmos em sua fase quântica. Pelo fato de ser infinito, o solenóide gera um campo magnético confinado em seu interior e as linhas de fluxo magnético se fecham no infinito. Ora, se o campo está confinado, deveria ser indiferente para o elétron passar pela esquerda ou direita, mas não é isso que se espera, nem que é verificado experimentalmente. A função de onda que descreve o elétron carrega informação sobre o potencial ao qual ele está submetido. Esse fenômeno trouxe à tona a importância fundamental do potencial para a completa descrição de um sistema quântico. A partir daí, vários físicos passaram a estudar a influência da fase para uma variedade de sistemas. Em 1984, M. V. Berry mostrou que a fase de Aharonov-Bohm é um caso particular de sua Fase Geométrica (Berry, 1984). Em 2004, D. H. Lin mostrou que uma interferência não local do fluxo resulta em uma mudança de fase no efeito de Haas-van Alphen (Lin, 2004).

No estudo de estruturas de cristais, percebemos que eles não obedecem rigorosamente ao modelo teórico, eles apresentam defeitos. Estes defeitos são importantes, pois através deles podemos compreender a facilidade com que os cristais se deformam plasticamente, sem que percam o seu caráter essencialmente cristalino, também podemos explicar porque as resistências dos cristais são muito menores dos que as previstas teoricamente. O estudo da estrutura de matérias tem se mostrado essencial para o desenvolvimento tecnológico do mundo moderno. Neste contexto, o estudo dos defeitos em materiais tem despertado um grande interesse da comunidade científica, em especial podemos citar o estudo sobre nanotubos de carbono, esse interesse se deve às possibilidades de aplicação na tecnologia, na medicina e no desenvolvimento de novos materiais. Nanotubos podem ser tratados como defeitos topológicos do tipo desclinação positiva.

Nesse trabalho investigamos o efeito da curvatura gerada pela presença de um defeito topológico do tipo desclinação sobre uma partícula. Neste contexto, investigamos a solução da equação de Schrödinger para esse meio. Posteriormente, aplicamos esse formalismo para uma partícula em presença de campo magnético no intuito de investigar a mudança de fase gerada por em uma interferência quântica, quando este meio apresentar defeito.

### METODOLOGIA

A estratégia utilizada para o desenvolvimento desta pesquisa se baseia no estudo da física básica necessária para o entendimento dos fenômenos que investigamos e na aquisição

das ferramentas matemáticas que deveriam ser utilizadas para um bom tratamento do problema. Durante toda a pesquisa fizemos o estudo do tema juntamente com a apresentação de seminários e discussão do tema com o grupo. Inicialmente, fizemos um levantamento bibliográfico sobre o tema, ao decorrer da pesquisa fizemos a leitura e elaboração de resumos de acordo com a relevância do tema para o momento. Após esse levantamento, começamos o estudo da física e de ferramentas matemáticas envolvidas nos fenômenos. Iniciamos pelos formalismos hamiltoniano e lagrangeano, para o entendimento da equação de Schrödinger, equação essa necessária para o tratamento quântico do sistema. Aliado a isso, analisamos o processo de formação dos defeitos topológicos, sua classificação e as características da estrutura cristalina, seguimos para a sua aplicação na equação de Schrödinger, neste ponto foi preciso adquirir entendimento sobre as interpretações de Bohr e de Broglie da mecânica quântica, o passo seguinte foi o entendimento sobre a solução da equação de Schrödinger usando o método de separação de variáveis, partimos então para um estudo introdutório sobre fases geométricas, aplicamos esse formalismo e o métodos de separação de variáveis e de Frobenius para analisar uma partícula em presença de campo magnético e defeito topológico. O formalismo é capaz de prever uma fase geométrica na dinâmica dessa partícula e essa fase fornece informações sobre o caminho percorrido pela partícula. Como última etapa do trabalho, examinamos o fator de fase de Dirac e a formação da fase geométrica, em seguida, partimos para a investigação da mudança de fase gerada em um meio com um defeito topológico do tipo desclinação.

## RESULTADOS E DISCUSSÕES

Após adquirir a fundamentação teórica para o tratamento de um meio com um defeito topológico, investigamos o comportamento de uma partícula para um meio com uma desclinação. Conhecer o comportamento de uma partícula nesse meio mostrou-se necessário, pois estávamos interessados na análise da mudança de fase, que uma interferência quântica não local causa na função de onda de uma partícula contida nesse meio. Começamos esse estudo tomando o hamiltoniano de uma partícula para um meio na ausência de campos, consideramos também que o meio continha uma desclinação. A presença do defeito implica uma modificação no operador Laplaciano usual, o operador que descreve a energia cinética em um meio com desclinação é conhecido como operador Laplace-Beltrami. Com o hamiltoniano para esse caso calculamos a equação de Schrödinger utilizando o método de separação de variáveis e o método de Frobenius. O resultado encontrado foi uma função de Bessel como a informação do ângulo de desclinação na ordem da função. Uma função desse tipo apresenta um comportamento esperado para um sistema quântico, pois tende a zero quando  $x$  tende a  $\pm\infty$ .

Um nanocône é uma estrutura nanométrica em formato cônico. Uma estrutura desta natureza pode ser compreendida através do processo de corte e colagem pelo método de Volterra, se considerarmos uma superfície plana e circular de grafeno, podemos realizar cortes em fatias de  $60^\circ$ , quando colarmos as partes cortadas teremos um nanocône. Desta forma um nanocône pode ser descrito como um defeito topológico do tipo desclinação positiva. Assim os resultados encontrados para uma partícula em presença de uma desclinação pode ser aplicado para um meio contendo um nanocône.

Com o conhecimento do comportamento de uma partícula em um meio com desclinação, partimos para a investigação da mudança de fase na função de onda de uma partícula nesse meio. D. H. Lin, em 2004, demonstrou que uma interferência quântica não local resulta em uma diferença de fase. Em seu artigo ele analisa um cilindro com um

Anais do XIV Seminário de Iniciação Científica da Universidade Estadual de Feira de Santana, UEFS, Feira de Santana, 18 a 22 de outubro de 2010

pequeno furo no eixo de simetria, esse furo é preenchido com um material diferente do material do cilindro. Com esse sistema ele mostra que uma partícula nesse meio sente a presença da impureza em sua fase quântica. Decidimos investigar um sistema semelhante, porém ao invés de uma impureza colocamos uma desclinação, cujo comportamento já conhecemos. Escrevemos o hamiltoniano para esse caso em coordenadas polares. Logo após, utilizamos o método de separação de variáveis e o método de Frobenius para determinar a equação de Schrödinger. Como resultado, percebemos que para uma partícula em um meio com desclinação sente a presença desse defeito em sua fase quântica.

### CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho estudamos a importância do potencial para sistemas quânticos, associados ao tratamento de partículas em meios contendo defeitos topológicos. Percebemos que uma partícula sente a presença do potencial na sua fase, através dessa fase podemos obter informações do meio. Nosso objetivo é o estudo da fase geométrica em meios contendo defeitos topológicos. Fizemos o estudo do comportamento de uma partícula em um meio com campo magnético e um defeito do tipo desclinação, bem como, a análise da mudança de fase em um meio que contenha uma desclinação. O estudo de fases em meios com defeitos mostrou-se um mecanismo útil para o tratamento de sistemas quânticos para diversos materiais, sendo possível o seu uso em um ramo que vem ganhando destaque ultimamente, os nanocones. Esperamos continuar com este trabalho, estudando a influência da propriedade quântica da não-localidade e nos aprofundando no estudo da fase geométrica em sistemas quânticos, associados a defeitos topológicos.

### REFERÊNCIAS

- AHARONOV, Y; BOHM, D. 1959. *Significance of Electromagnetic potentials in quantum theory*. Physical Review, 115: 485-491.
- BERRY, M. V. 1984. *Quantal phase factors accompanying adiabatic changes*. Proceeding of Royal Society of London A, 392: 45-57.
- EISBERG, R; RESNICK, R. 1997. *Física Quântica: átomos; moléculas; sólidos; núcleos e partículas*. 10. ed Rio de Janeiro: Campus, 928 p.
- KITTEL, C. 1996. *Introduction to Solid State Physics*, 7ed., (John Wiley and Sons: New York), 572p.
- LIN, D. H. 2004. *Topological phases in the de Hass-van Alphen effect induced by the non-local quantum interference*. Physics Letters A, 331: 269-275.